**Лабораторная работа № 3**

**E4.1** Рассмотрим проблему классификации, определенную ниже:

{p1 = [-1 1]T, t1 = 1} {p2 = [0 0], t2 = 1} {p3 = [1 -1], t3 = 1} {p4 = [1 0], t4 = 0}

{p5 = [0 1], t5 = 0}

1. Нарисуйте диаграмму персептрона с одним нейроном, который Вы будете использовать для решения этой проблемы. Сколько входов требуется?
2. Нарисуйте график точек данных, помеченных в соответствии с их целями. Является ли эта проблема разрешимой с той сетью, которую Вы определили в части (i)? Почему – да или почему - нет?

**E4.2.** Рассмотрим проблему классификации, определенную ниже.

{p1 = [-1 1], t1 = 1}, {p2 = [-1 -1], t2 = 1}, {p3 = [0 0], t3 = 0}, {p4 = [1 0], t4 = 0}

{p5 = [0 1], t5 = 0}

1. Создайте однонейронный персептрон для решения этой проблемы. Проектируйте сеть графически, выбрав весовые векторы, ортогональные границам решений.
2. Проверьте свое решение со всеми четырьмя входными векторами.
3. Классифицируйте следующие входные векторы с вашим решением. Вы можете выполнять вычисления вручную или с помощью MATLAB.

p5 = [-2 0] p6 = [1 1] p7 = [0 1] p8 = [-1 -2]

1. Какой из векторов в части (iii) всегда будет классифицирован одинаково, независимо от значений решения для W и b? Что может варьироваться в зависимости от решения? Почему?

**E4.3.** Решите проблему классификации в Упражнении E4.2, разрешив неравенства (как в Задаче P4.2) и повторите части (ii) и (iii) с новым решением. (Решение сложнее, чем проблема P4.2, так как вы не можете изолировать весы и смещения попарно).

**E4.4** Решите проблему классификации в упражнении E4.2, применяя правило персептрона к следующим начальным параметрам и повторите части (ii) и (iii) с новым решением.

W(0) = [0 0] , b(0) = 0

**E4.5** Докажите математически (не графически), что следующая проблема неразрешима для персептрона с двумя входами / с одним нейроном.

{p1 = [-1 1]T, t1 = 1} {p2 = [-1 -1]T, t2 = 0} {p3 = [1 -1]T, t3 = 1} {p4 = [1 1], t4 = 0}

(Подсказка: начните с переписывания требований ввода / цели в качестве неравенств, которые ограничивают значения веса и смещения).

**E4.6** У нас есть четыре категории векторов.

Категория I: {[-1 1]T, [-1 0] T }, Категория II: {[0 2] T, [1 2]}

 Категория III: {[2 0] T, [2 1]}, Категория IY: {[1 -1] T, [0 1]}

1. Создайте сеть с двумя нейронными перцептронами (один слой), чтобы распознать эти четыре категории векторов. Нарисуйте границы решения.
2. Нарисуйте сетевую диаграмму.
3. Предположим, что к категории I добавлен следующий вектор.

[-1 -3]T

Выполните одну итерацию правила обучения персептрона с помощью этого вектора. (Начните с веса, определенного вами в части i.) Нарисуйте новые границы принятия решений.

**E4.7** У нас есть две категории векторов. Категория I состоит из

{[0 0]T, [-1 0]T, [0 1T]}.

Категория II состоит из

{[-1 1]T, [0 2] T, [-2 0] T}

1. Создайте сеть персептрона с одним нейроном, чтобы распознать эти две категории векторов.
2. Нарисуйте схему сети
3. Нарисуйте границу решения.
4. Если мы добавим следующий вектор в категорию I, ваша сеть будет правильно его классифицировать? Продемонстрировать, вычислив сетевой ответ

[-3 0]

1. Может ли ваша весовая матрица и смещение быть изменены, чтобы ваша сеть могла правильно классифицировать этот новый вектор (продолжая правильно классифицировать другие векторы)? Объясните.

**E4.8** Мы хотим обучить сеть персептрона следующим набором тренировок:

{p1 = [-1 -1]T, t1 = 0}, {p2 = [0 0]T, t2 = 0}, {p3 = [-1 1]T, t2 = 1}.

Начальная весовая матрица и смещение

W(0) = [1 0], b(0) = 0.5.

1. Выделите начальную границу решения, вектор веса и шаблоны ввода. Какие шаблоны правильно классифицируются с использованием начального веса и смещения?
2. Обучите сеть правилом персептрона. Подавайте каждый входной вектор один раз, в указанном порядке.
3. Выделите границу окончательного решения и графически продемонстрируйте, какие шаблоны правильно классифицированы.
4. Будет ли правило персептрона (при достаточном количестве итераций) всегда учиться правильно классифицировать шаблоны в этом учебном наборе независимо от того, какие начальные веса мы используем? Объясните.

**E4.9** Мы хотим обучить сеть персептрона, используя следующий набор тренировок

{p1 = [1 0]T, t1 = 0} {p2 = [-1 2]T, t2 = 0} {p3 = [1 2]T, t3 = 1} ,

начиная с начальных условий:

W(0) = [0 1], b(0) = [1].

1. Нарисуйте границу начального решения и покажите вектор веса и три входных вектора обучения p1, p2, p3. Укажите класс каждого входного вектора и покажите, какие из них правильно классифицированы по начальной границе решения.
2. Представьте вход в сеть и выполните одну итерацию правила обучения персептрону.
3. Нарисуйте новую границу решения и вектор веса и снова укажите, какой из трех входных векторов правильно классифицирован.
4. Представьте вход p2 в сеть и выполните еще одну итерацию правила обучения персептрону.
5. Нарисуйте новую границу решения и вектор веса и снова укажите, какой из трех входных векторов правильно классифицирован.
6. Если вы продолжали использовать правило обучения персептрона и много раз представляли все шаблоны, сеть в конечном итоге научилась правильно классифицировать шаблоны? Поясните свой ответ. (Эта часть не требует никаких вычислений.)

**E4.10** Симметричная функция жестких пределов иногда используется в сетях персептрона вместо функции жесткого предела. Целевые значения затем берутся из набора [-1, 1] вместо [0, 1].

1. Напишите простое выражение, которое отображает числа в упорядоченном множестве [0,1] в упорядоченное множество [-1, 1]. Напишите выражение, которое выполняет обратное отображение.
2. Рассмотрим два однонейронных персептрона с одинаковыми значениями веса и смещения. Первая сеть использует функцию жесткого ограничения (значения [0, 1]), а вторая сеть использует симметричную функцию жесткого ограничения. Если две сети получают один и тот же вход и обновлены с помощью правила обучения персептрону, будут ли их веса иметь одинаковое значение?
3. Если изменения в весах двух нейронов различны, как они отличаются? Почему?
4. Учитывая начальные значения веса и смещения для стандартного жесткого ограничения персептрона, создайте метод инициализации симметричного жесткого ограничения персептрона, чтобы два нейрона всегда одинаково реагировали при обучении на идентичных данных.

**E4.11**. Векторы в упорядоченном наборе, определенные ниже, были получены путем измерения веса и длины ушей игрушечных кроликов и медведей на фабрике **Fuzzy Wuzzy Animal**. Целевые значения указывают, был ли выбран соответствующий входной вектор от кролика (0) или медведя (1). Первым элементом входного вектора является вес игрушки, а второй элемент - длина уха.

{p1 = [1 4]T, t1 = 0} {p2 = [1 4]T, t2 = 0} {p3 = [2 4]T, t3 = 0} {p4 = [2 5]T, t4 = 0}

{p5 = [3 1]T, t5 = 1} {p6 = [3 2]T, t6 = 1} {p7 = [4 1]T, t7 = 1} {p8 = [4 2]T, t8 = 1}

1. Используйте MATLAB для инициализации и обучения сети для решения этой «практической» проблемы.
2. Используйте MATLAB для проверки полученных значений веса и смещения относительно входных векторов.
3. Добавьте входные векторы в обучающий набор, чтобы гарантировать, что граница решения любого решения не будет пересекаться с одним из исходных входных векторов (т. е. Для обеспечения нахождения только надежных решений). Затем переустановите сеть. Ваш метод добавления входных векторов должен быть общего назначения (не предназначен специально для этой проблемы).

**E4.12.** Рассмотрим снова проблему классификации по четырем категориям, описанную в задачах P4.3 и P4.5. Предположим, что мы изменим входной вектор p3 на

p3 = [2 3]T.

1. Является ли проблема все еще линейно разделяемой? Демонстрируйте свой ответ графически
2. Используйте MATLAB для инициализации и обучения сети для решения этой проблемы. Объясните свои результаты.
3. Если p3 изменено на

p3 = [2 1.5],

является проблема ли линейно разделяемой задачей?

1. С помощью p3 из (iii), используя MATLAB для инициализации и обучения сети, дайте решение этой проблемы. Объясните свои результаты.

**E4.13** Одним из вариантов правила обучения персептрона является

Wnew = Wold + aepT

bnew = bold + ae

где p называется скоростью обучения. Докажите сходимость этого алгоритма. Требуется ли для доказательства ограничение скорости обучения? Объясните!